

1. Funkcja

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x^2} & \text{dla } x \in \langle 1, 4 \rangle \\ 0 & \text{dla } x \notin \langle 1, 4 \rangle \end{cases}$$

jest gęstością pewnej zmiennej losowej X . Wyznacz stałą a oraz EX . Oblicz:

$$P(X < 2), P(X < 3), P(X > 3), P(2.5 < X < 3.5), P(X < 5), P(X > 0) .$$

2. Funkcja

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & \text{dla } x \in \langle -1, 2 \rangle \\ 0 & \text{dla } x \notin \langle -1, 2 \rangle \end{cases}$$

jest gęstością pewnej zmiennej losowej X . Wyznacz stałą a oraz dystrybuantę zmiennej X .

$$\text{Oblicz: } P(X < 0), P(X < 1), P(X > 0.5), P(-0.5 < X < 0.5), P(X < 5), P(X > -3).$$

3. Rozkład czasu pomiędzy zgłoszeniami kolejnych jednostek płynących torem wodnym Szczecin - Świnoujście określony jest następującą funkcją gęstości:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < 0 \\ \frac{1}{58} \cdot e^{-\frac{x}{58}} & \text{dla } x \geq 0 \end{cases}$$

- obliczyć prawdopodobieństwo tego, że czas pomiędzy zgłoszeniami kolejnych statków jest mniejszy niż 75 minut;
 - obliczyć prawdopodobieństwo tego, że czas pomiędzy zgłoszeniami kolejnych statków jest większy niż 30 minut;
 - wyznaczyć dystrybuantę czasu pomiędzy zgłoszeniami.
4. Zmienna losowa T ma rozkład wykładniczy ze średnią 3,5h. Jakie jest prawdopodobieństwo, że T jest większe od 100 minut? Z jakim prawdopodobieństwem zmienna T mieści się między 200 minut a 5 godzin?
5. Czas między zgłoszeniami jednostek torowych jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym. Średni czas oczekiwania na zgłoszenie wynosi 45 minut. Jakie jest prawdopodobieństwo, że czas oczekiwania na zgłoszenie jest większe od 70 minut? Z jakim prawdopodobieństwem czas oczekiwania na zgłoszenie mieści się między 20 minut a 1,5 godziny?
6. Klienci podchodzą do okienka pocztowego średnio, co 80 sekund. Czas oczekiwania na kolejnego klienta jest zmienną losową o rozkładzie wykładniczym. Jakie jest prawdopodobieństwo, że czas oczekiwania na klienta jest większy od 3 minut? Z jakim prawdopodobieństwem czas oczekiwania mieści się między 20 s a 1,5 minuty?
7. Zmienna losowa T ma rozkład jednostajny na przedziale $[2; 6]$. Wyznacz funkcję gęstości rozkładu i prawdopodobieństwa: $P(X < 5)$, $P(X < 5)$, $P(X > 3,7)$.
8. Zmienna losowa X ma rozkład jednostajny na przedziale $[1; 11]$ Wyznacz prawdopodobieństwa $P(X < 5)$, $P(X > 7)$ oraz liczbę a taką, że $P(X > a) = 0,85$.
9. Czas oczekiwania na wejście do służby jest zmienną losową o rozkładzie jednostajny. Maksymalny czas oczekiwania wynosi 20 minut. Jakie jest prawdopodobieństwo, że na wejście do służby trzeba będzie czekać ponad 15 minut?
10. Czas odczytywania całego tekstu automatycznej informacji kolejowej wynosi 6 minut. Jakie jest prawdopodobieństwo, że dzwoniąc na informację kolejową będziemy czekać na informację o interesującym nas pociągu mniej niż 1 minutę. (Narysuj funkcję gęstości).
11. Czas służowania jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym. Maksymalny czas obsługi wynosi 4 godziny, a minimalny 30 minut. Wyznacz funkcję gęstości oraz wartość oczekiwaną. Jakie jest prawdopodobieństwo, że służowanie będzie trwać ponad 75 minut? Jakie jest prawdopodobieństwo, że czas obsługi w służbie będzie wynosił poniżej 2,4 godziny? Dla jakiego czasu t prawdopodobieństwo tego, że czas służowania będzie mniejszy niż t wynosi 0,6?